



基础教育改革与发展丛书  
(第四辑)

丛书总主编 朱林生

# 排列组合与容斥原理

PAILIEZUHE YU RONGCHI YUANLI

孙智宏 ● 著



苏州大学出版社  
Soochow University Press

图书在版编目(CIP)数据

排列组合与容斥原理 / 孙智宏著. —苏州: 苏州  
大学出版社, 2016. 12

(基础教育改革与发展丛书. 第四辑)

ISBN 978-7-5672-2013-3

I. ①排… II. ①孙… III. ①中学数学课—教学研究  
IV. ①G633.602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2016)第 315401 号

书 名	排列组合与容斥原理
著 者	孙智宏
责任编辑	管兆宁
出版发行	苏州大学出版社 (地址: 苏州市十梓街 1 号 邮编: 215006)
印 刷	南通印刷总厂有限公司
开 本	700 mm×1 000 mm 1/16
印 张	5.25
字 数	85 千
版 次	2016 年 12 月第 1 版 2016 年 12 月第 1 次印刷
书 号	ISBN 978-7-5672-2013-3
定 价	14.00 元

苏州大学出版社网址 <http://www.sudapress.com>

# 前 言

排列组合是数学的基础内容,高考题、数学竞赛题和组合数学题中都涉及各种类型和各种难度的排列组合问题.本书是为中学生、大学生及数学爱好者编写的讲解排列组合基础知识及解题技巧的著作,也可作为组合数学的教科书或组合数学的入门著作,亦可用于高考指导和初等数学竞赛辅导.我们从较低的起点开始,由浅入深,讨论了中学生需要掌握的加法原理、乘法原理、组合数与二项式定理,参加数学竞赛的学生需要掌握的多项式定理、多重集的排列与组合、抽屉原理、容斥原理及组合中常用数列的性质.我们还系统地介绍了母函数方法、有禁区的排列与 Ramsey 数.我们力图使本书趣味可读,便于自学,富有特色,包含经典内容、经典例子,既讲解数学思想,又充分展示数学美.为了激发读者对数学的兴趣和热爱,我们系统地介绍了 Stirling 数的各种性质及数学家 Euler 关于分拆数  $p(n)$  和因子和函数  $\sigma(n)$  的一系列发现,并引用 Euler 原文讲解 Euler 的发现过程.

为了照顾中学生读者,本书未包含区组设计等组合数学高级内容.书末附有 10 篇参考文献,既是作者写书时参考所用,又可供读者深入学习参考.

孙智宏

2016 年 11 月

# 目 录

## Contents

### 第一章 排列与组合

1.1 加法原理与乘法原理 .....	1
1.2 组合数与组合恒等式 .....	2
1.3 多重集的排列与组合 .....	9
1.4 Catalan 数 .....	14
习题一 .....	16

### 第二章 母函数方法与常用数列

2.1 母函数方法 .....	18
2.2 Fibonacci 数 .....	24
2.3 分拆数 $p(n)$ 和因子和函数 $\sigma(n)$ .....	28
2.4 Stirling 数 .....	35
2.5 Bell 数 .....	43
2.6 错位排列 .....	46
2.7 Bernoulli 数 .....	49
习题二 .....	51

### 第三章 容斥原理和 Ramsey 定理

3.1 容斥原理 .....	54
3.2 有禁区的排列 .....	60
3.3 抽屉原理及其应用 .....	67
3.4 Ramsey 数 .....	69
习题三 .....	73
参考文献 .....	75